УДК 629.5.051

DOI: 10.37102/1992-4429\_2021\_35\_01\_04

# МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ АВТОНОМНОГО НАВИГАЦИОННОГО СЧИСЛЕНИЯ

#### А.Ю. Соколов, А.В. Моторин

Рассматривается задача оценивания и коррекции погрешностей координат места, вырабатываемых счислением с использованием относительного лага. Задача решается по данным инерциального гироскопического корректора, построенного по принципу одноканальной инерциальной вертикали на одном неуправляемом гироскопе, с помощью методов оптимальной и субоптимальной калмановской фильтрации. Известно, что основная погрешность счислимых координат места вызвана методической погрешностью относительного лага, обусловленной его нечувствительностью к изменчивости морских течений. В работе уделяется внимание особенностям решения задачи коррекции, когда течения имеют преимущественно приливной характер. Показано, что в этом случае оценки погрешностей счислимых координат места могут быть получены только с использованием процедур, позволяющих решить задачу в нелинейной постановке. С применением нелинейных фильтров использование одногироскопного корректора обеспечивает высокоточную поддержку навигационного счисления и автономное решение навигационной задачи, без использования информации других навигационных средств.

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, инерциальная вертикаль, навигационное счисление, лаг

## Введение

В работе рассматривается задача коррекции системы навигационного счисления по данным инерциального гироскопического корректора. В основе принципа построения корректора лежит новый метод обеспечения невозмущаемости вертикали инерционными ускорениями. Этот метод был впервые представлен в [1] и получил в итоге название «метод одноканальной вертикали (OB) с корректируемым маятником (КМ)» [2]. Сама же идея построения инерциального корректора, работающего по схеме ОВКМ, была впервые изложена в работе [3]. Система счисления при этом реализуется с опорой на относительный лаг и данные курса, вырабатываемого корректором. Наиболее значимой погрешностью такого способа счисления является методическая погрешность лага, обусловленная наличием неучитываемых течений. Поскольку при решении навигационных задач в морях приливного типа или вблизи прибрежной зоны скорости приливных течений значительно больше скорости постоянных непериодических течений [4-6], то актуальным становится их оценивание и учет при решении задачи счисления. Этим вопросам и посвящена настоящая статья.

#### Задача коррекции

Использование инерциального корректора, работающего по схеме ОВКМ, позволяет обеспечить высокоточную поддержку навигационного счисления, обеспечивая при этом полную автономность и сокращение числа используемых для этого чувствительных элементов (неуправляемых гироскопов (НГ)) до одного, по сравнению с классической инерциальной навигационной системой (ИНС) [7]. Принципиальное отличие системы с ОВКМ от ИНС заключается в использовании измерителя ускорений, а не гироскопа в качестве источника второго наблюдаемого вектора при решении задачи ориентации методом TRIAD [8]. Первый (опорный) – вектор кинетического момента НГ, ориентированный параллельно плоскости экватора Земли. Второй – вектор силы тяжести, совпадающий с вертикалью места и вычисляемый по данным акселерометров. При реализации такой схемы углы ориентации оказываются возмущёнными. Однако выбор в качестве опорного вектора кинетического момента в алгоритме TRIAD позволяет измерить угловое положение объекта в плоскости, содержащей оба наблюдаемых вектора (обозначим этот угол  $\varphi'$ ) с опорой только на данные НГ без привлечения информации, искажённой инерционными ускорениями.

Измеряемый ОВКМ угол связан с географическими координатами места соотношением:

$$\cos\varphi' = \cos\varphi\cos\lambda_*,\tag{1}$$

где  $\varphi$  – географическая широта места;  $\lambda_*$  – угол инерциальной долготы места, равный:

$$\lambda_* = \lambda + \Omega t$$
,

где  $\lambda$  – географическая долгота места;  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли; t – гринвичское время.

Соотношение (1) позволяет сформировать разностное измерение:

$$z = \cos \varphi'_{u_{3M}} - \cos \varphi'_{pac4}, \qquad (2)$$

где  $\varphi'_{u_{3M}}$  – угловая координата объекта, измеряемая контуром OB;  $\varphi'_{pacy}$  – угловая координата объекта, рассчитываемая по известным координатам места в соответствии с (1). Разностное измерение (2) содержит погрешности выработки счислимых координат  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \lambda$ . Его модель, с точностью до погрешности хранения инерциального направления и построения вертикали, может быть представлена в виде:

$$z = \Delta \varphi \sin \varphi \cos \lambda_* + \Delta \lambda \cos \varphi \sin \lambda_* + \upsilon, \qquad (3)$$

где *v* – погрешность измерения, обусловленная инструментальной погрешностью относительного лага. Предполагается, что эта погрешность носит белошумный характер.

Измерение (3) может использоваться для непрерывной автономной коррекции погрешностей счислимых координат места. При этом, несмотря на то что курс вырабатывается с погрешностью, обусловленной упомянутым выше влиянием инерционных ускорений, в счислимых координатах места её удаётся скомпенсировать с использованием информации об ускорении, вырабатываемом в канале OB, и скорости от внешнего источника и организовать счисление по принципу корректируемого маятника [9].

Рассмотрим следующие две модели течения:

в общем случае модель течений задаётся случайным марковским процессом первого порядка [10] с параметрами СКО σ<sub>T</sub> = 0,1 м/с и интервалом корреляции τ<sub>кор</sub> = 2 ч. Модель погрешностей счисления имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\varphi} = \frac{v_{N_T}}{R_{\varphi}}, \\ \Delta \dot{\lambda} \cos \varphi = \frac{v_{E_T}}{R_{\lambda}}, \\ \dot{v}_{N_T} = -\alpha_T v_{N_T} + \sigma_T \sqrt{2\alpha_T} n_1(t), \\ \dot{v}_{E_T} = -\alpha_T v_{E_T} + \sigma_T \sqrt{2\alpha_T} n_2(t), \end{cases}$$
(4)

где  $v_{E,N_T}$  – неизвестные составляющие скорости течения в проекции на восточную (Е) и северную (*N*) оси горизонтной географической системы координат;  $\alpha_{\rm T}$  – величина, обратная интервалу корреляции  $\tau_{\rm кор}$ ;  $n_{1,2}(t)$  – центрированные некоррелированные между собой белые шумы единичной интенсивности;  $R_{\rm o,\lambda}$  – радиусы кривизны нормальных сечений земного эллипсоида;

 течения имеют приливной характер с периодом, приблизительно равным 12 ч. [4]. В этих условиях модель погрешностей счислимых координат (4) может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\varphi} = \frac{v_{N_T}}{R_{\varphi}} \sin(2\Omega t + \varepsilon), \\ \Delta \dot{\lambda} \cos \varphi = \frac{v_{E_T}}{R_{\lambda}} \sin(2\Omega t + \varepsilon + \delta \varepsilon), \end{cases}$$
(5)

где  $v_{E, N_T}$  — постоянные амплитуды гармонических составляющих скорости течения;  $\varepsilon$  — неизвестная начальная фаза северной составляющей скорости течения;  $\delta \varepsilon$  — постоянная известная разность фаз между составляющими скорости течения. Допущение об известном значении  $\Delta \varepsilon$  сделано на основании экспериментальных данных, которые будут представлены чуть позже.

Задача коррекции заключается в оценивании погрешностей системы счисления, описываемых уравнениями (4), (5) по измерению (3). Вектор состояния для модели (4) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \varphi & \Delta \lambda & v_{N_T} & v_{E_T} \end{bmatrix}^T.$$
(6)

Для модели (5) получим следующий вектор состояния:

$$\begin{bmatrix} x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \varphi & \Delta \lambda & v_{N_T} & v_{E_T} & \varepsilon \end{bmatrix}^T.$$
(7)

Нетрудно заметить, что уравнения (5) относительно компонент вектора состояния (7) носят нелинейный характер.



Рис. 1. Радиальная погрешность (синяя кривая – действительная погрешность по результатам моделирования оценочного канала ФК; зелёная кривая – среднеквадратическая погрешность по результатам моделирования ковариационного канала ФК (Р = 0.997))

## Решение задачи оценивания в случае марковской модели течения

Для оценивания вектора состояния (6) с моделью (4) по измерению (3) воспользуемся фильтром Калмана (ФК), широко применяемым в задачах коррекции инерциальных систем [11, 12]. Впервые результаты такого моделирования были представлены в работе [13]. На рис. 1 приводятся погрешности оценивания  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \lambda \cos(\varphi)$  в форме действительной радиальной погрешности местоположения (*R*) и её среднеквадратического значения с заданной вероятностью  $P = 0.997 (R_{99,7})$ , которые рассчитываются по формулам:

$$R = \sqrt{\left(\Delta\varphi - \Delta\hat{\varphi}\right)^2 R_{\varphi}^2 + \left(\Delta\lambda - \Delta\hat{\lambda}\right)^2 \left(R_{\lambda}\cos\varphi\right)^2}, \quad (8)$$

$$R_{99.7} = k_P \sqrt{\sigma_{\Delta\varphi}^2 + \sigma_{\Delta\lambda\cos\varphi}^2} , \qquad (9)$$

где  $\Delta \hat{\varphi}$ ,  $\Delta \hat{\lambda}$  – оценки величин  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \lambda$ , полученные по данным оценочного канала  $\Phi K$ ;  $\sigma_{\Delta \varphi, \Delta \lambda \cos \varphi}$  – СКО погрешностей оценивания величин  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \lambda$ , полученные по данным ковариационного канала  $\Phi K$ ;  $k_p$  – коэффициент, выбираемый из табл. 4.14 [14].

Следует отметить, что точность оценивания радиальной погрешности местоположения, которая, как это следует из рис. 1, по результатам моделирования составила около 3,5 км, практически не зависит от величины интервала корреляции (при изменении  $\tau_{кор}$  в диапазоне от 2 до 27 ч), а определяется величиной СКО скорости течения и пропорционально увеличивается с возрастанием его значения. Периодическое изменение точности оценивания по данным ковариационного канала обусловлено особенностями используемого измерения. Как это следует из модели измерения (3), дважды за сутки каждая из составляющих  $\Delta \varphi$ ,  $\Delta \lambda$  не вносит вклад в измерение при соз  $\lambda_*$  и sin  $\lambda_*$ , равных 0, соответственно. В эти моменты работает только прогнозная часть ФК, что не позволяет уточнить изменяющуюся в эти моменты скорость течения.

Полученная по результатам моделирования погрешность местоположения сопоставима с погрешностью одноимённого параметра для современных бесплатформенных ИНС [15]. Конечно, рассмотренный пример не является полноценным с той точки зрения, что погрешность приводится с точностью до ошибок самого корректора. Однако случайная составляющая дрейфа НГ и другие погрешности корректора [16] существенно меньше рассмотренной случайной составляющей методической погрешности относительного лага, поэтому не приведут к значительному увеличению уровня погрешности коррекции счислимых координат.

# Решение задачи оценивания в линейной постановке в случае приливной модели течения

Марковская модель течений является общей и при рассмотрении применительно к определённым районам плавания может быть конкретизирована. Как уже было сказано, при решении навигационных задач в морях приливного типа или вблизи прибрежной зоны скорости постоянных непериодических течений значительно меньше скорости приливных течений. Рассмотрим задачу оценивания погрешностей счисления по относительному лагу, вызванных приливной составляющей скорости течения.

Для составления модели приливного течения, используемой при постановке задачи оценивания, рассматривается район Обской губы. Суммарные течения в Обской губе слагаются из квазипостоянных, приливных и ветровых течений [17]. Если скорость квазипостоянных (стоковых) течений находится в пределах 0,1–0,2 м/с от севера к югу, а ветровые течения не всегда образуются из-за значительного ледового покрова, то скорость приливных течений может достигать 0,5 м/с. При этом приливные течения имеют главным образом полусуточный характер (в большинстве случаев период равен 12 ч. 25,2 мин. [18]), что может сказаться на их наблюдаемости при использовании измерения (3).

На рис. 2 и 3 представлены данные по составляющим течения в южной части Обской губы, полу-

## МОДЕЛИ, АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА



Рис. 2. Скорость зональной составляющей течения по результатам наблюдений (синий цвет), модельная (фиолетовый)



ченные по результатам измерений автоматическими буйковыми станциями в 2012 году [19].

Из графиков, представленных на рис. 2 и 3, следует, что течения имеют отчётливо выраженный полусуточный период и постоянную разность фаз между зональной и меридиональной составляющими за всё время наблюдения (с 15.08.2012 по 29.09.2012), равную  $\pi$ . Исходя из этого модель погрешностей счисления, обусловленных приливной составляющей скорости течения, можно приближённо представить в виде (5), приняв  $\delta \varepsilon = \pi$ . Понятно, что модель (5) вполне адекватно описывает погрешность приливной составляющей течения лишь на небольших интервалах наблюдения – до 6 ч. При рассмотрении на бо́льших интервалах времени необходимо учитывать изменение амплитуд  $v_{E, N_{\pi}}$  гармонических составляющих.

Следует также обратить внимание, что модель (5) может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\phi} = \frac{V_{N_T}^{(1)}}{R_{\phi}} \cos(2\Omega t) + \frac{V_{N_T}^{(2)}}{R_{\phi}} \sin(2\Omega t), \\ \Delta \dot{\lambda} \cos \phi = -\frac{V_{E_T}^{(1)}}{R_{\lambda}} \cos(2\Omega t) - \frac{V_{E_T}^{(2)}}{R_{\lambda}} \sin(2\Omega t), \end{cases}$$
(10)

где  $V_{E,N_T}^{(1)} = v_{E,N_T} \sin \varepsilon$ ,  $V_{E,N_T}^{(2)} = v_{E,N_T} \cos \varepsilon$  – неизвестные константы.

Введем вектор состояния:

$$x = \begin{bmatrix} \Delta \varphi & \Delta \lambda & V_{N_T}^{(1)} & V_{N_T}^{(2)} & V_{E_T}^{(1)} & V_{E_T}^{(2)} \end{bmatrix}^T.$$
(11)

Нетрудно заметить, что относительно такого вектора задача оценивания по измерению (3) является линейной и может быть легко решена с помощью ФК. Описанный прием сведения нелинейной задачи к линейной зачастую используется при решении задач, связанных с обработкой навигационной информации, и нередко оказывается достаточно эффективным [20–22].

На рис. 4 приведён результат моделирования задачи оценивания вектора (11) по измерению (3). Результат также представлен в виде радиальной погрешности местоположения и её среднеквадратического значения, которые рассчитывались по формулам (8), (9) соответственно.

Для наглядности представления полученного результата график радиальной погрешности местоположения на рис. 4 приведён для интервала времени



Рис. 4. Радиальная погрешность местоположения по результатам моделирования в условиях приливных течений (синий цвет – действительная погрешность по результатам моделирования оценочного канала ФК; зелёный – среднеквадратическая погрешность по результатам моделирования ковариационного канала ФК (Р = 0.997))

моделирования 48 ч. При моделировании задавались следующие параметры приливной составляющей скорости течения:  $v_{E_r} = v_{N_r} = 0.5$  м/с;  $\varepsilon = 30^\circ$ . Величины этих параметров для выбора начального значения вектора состояния ФК (11) были следующими:  $v_{N_{-}} = 0.2$  м/с;  $v_{E_{-}} = 0.8$  м/с;  $\varepsilon = 50^{\circ}$ . Соответствующие разности  $\Delta v_{N_r} = -0.3$  м/с,  $\Delta v_{E_r} = 0.3$  м/с,  $\Delta \varepsilon = 20^\circ$  по уровню ЗСКО определяют начальную матрицу ковариации ФК. Такой выбор начального значения для ФК обусловлен возможностью использования априорной информации о параметрах приливного течения, которые могут быть вычислены по картам и таблицам, содержащимся в атласах приливных течений [23]. При уменьшении априорной погрешности вектора состояния результирующая радиальная погрешность местоположения, получаемая в результате работы ФК, также уменьшится. Так, при  $\Delta v_{N_n} = \Delta v_{F_n} = 0.1$  м/с и  $\Delta \varepsilon = 20^{\circ}$  получим максимальный уровень радиальной погрешности не более 1 км.

Как следует из результатов проведённого моделирования, при использовании линейного субоптимального фильтра для обработки измерения (3) не удаётся получить постоянную установившуюся оценку погрешности счисления в случае, когда период приливной составляющей скорости течения кратен 12 ч. Кроме того, получающиеся в результате оценки составляющих скорости течения, содержащихся в векторе состояния (11), имеют постоянную погрешность оценивания. С целью анализа причин, из-за которых не удаётся разделить компоненты погрешности, проинтегрируем систему (5) и подставим получившиеся выражения для Δφ и Δλсоsφ в модель измерения (3). Получим:

$$z = \frac{V_{N_T}^{(2)} \sin \varphi - V_{E_T}^{(1)}}{4\Omega R_{\Omega}} \sin(\Omega t - \lambda) + + \frac{V_{N_T}^{(2)} \sin \varphi + V_{E_T}^{(1)}}{4\Omega R_{\Omega}} \sin(3\Omega t + \lambda) - - \frac{V_{N_T}^{(1)} \sin \varphi + V_{E_T}^{(2)}}{4\Omega R_{\Omega}} \cos(\Omega t - \lambda) - - \frac{V_{N_T}^{(1)} \sin \varphi - V_{E_T}^{(2)}}{4\Omega R_{\Omega}} \cos(3\Omega t + \lambda) - \Delta_0 + \nu,$$
(12)

где  $R_{\Omega}$  — радиус сферической Земли, введенный для упрощения представления выражения (12);  $\Delta_0 = \Delta \varphi_0 \sin \varphi \cos \lambda_* + \Delta \lambda_0 \cos \varphi \sin \lambda_*$  — суммарная погрешность местоположения в начальный момент времени.

Из выражения (12) следует, что составляющие скорости, включённые нами в вектор (11), неразделимы между собой в измерении (3) и не могут быть оценены ФК, так как являются амплитудами гармоник с одинаковой частотой и фазой. Таким образом невозможно повысить точность решения задачи оценивания вектора (11) по измерению (3) в линейной постановке.

Для получения оптимальных в среднеквадратическом смысле оценок вектора (7), соответствующего модели (5), в рассматриваемой задаче могут быть использованы методы нелинейной фильтрации [20, 24–26]. Поскольку общего алгоритма решения таких задач, в отличие от линейных, не существует, успех в применении этих методов в значительной степени зависит от учета специфики решаемых задач. Рассмотрим решение задачи оценивания с использованием обобщённого ФК (ОФК), часто используемого при решении нелинейных задач коррекции [28]. В этом случае задача оценивания вектора (7) по измерению (3) решается после разложения уравнений системы (5) в ряд Тейлора до членов первого порядка:

$$\begin{cases} \delta\Delta\phi \approx \frac{\sin(\omega_T)}{R_{\varphi}}\Delta v_{N_T} + \frac{v_{N_{T_T}}\cos(\omega_T)}{R_{\varphi}}\Delta\varepsilon, \\ \delta\Delta\dot{\lambda}\cos\varphi \approx -\frac{\sin(\omega_T)}{R_{\lambda}}\Delta v_{E_T} - \frac{v_{E_{T_T}}\cos(\omega_T)}{R_{\lambda}}\Delta\varepsilon, \end{cases}$$
(13)

где  $\delta\Delta\varphi$ ,  $\delta\Delta\lambda$ ,  $\Delta v_{E,N_{T}}$ ,  $\Delta\varepsilon$  – составляющие погрешности выбора точки линеаризации вектора (7);  $\omega_{T} = 2\Omega t + \varepsilon_{T}$ ;  $v_{E,N_{T_{T}}}$ ,  $\varepsilon_{T}$  – значения составляющих вектора (7) в точке линеаризации. Система (13) является линейной относительно погрешности выбора точки линеаризации вектора (7):

$$\begin{bmatrix} \Delta x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \Delta \varphi & \delta \Delta \lambda & \Delta v_{N_T} & \Delta v_{E_T} & \Delta \varepsilon \end{bmatrix}^T +, \quad (14)$$

оценка которого может быть получена по следующему измерению:

$$\Delta z = \delta \Delta \varphi \sin \varphi \cos \lambda_* + \delta \Delta \lambda \cos \varphi \sin \lambda_*, \qquad (15)$$

где  $\Delta z = z - \Delta \varphi_{,I} \sin \varphi \cos \lambda_* - \Delta \lambda_{,I} \cos \varphi \sin \lambda_*$  из уравнения (3), где  $\Delta \varphi_{,I}, \Delta \lambda_{,I}$  – значения погрешностей  $\Delta \varphi, \Delta \lambda$ , вычисляемые в точке линеаризации.

На рис. 5 приведён график радиальной погрешности местоположения, полученный в результате моделирования задачи оценивания вектора (14) по измерению (15). Радиальная погрешность вычислялась в этом случае следующим образом:

$$R = \sqrt{\left(\Delta\varphi - \Delta\varphi_{cor}\right)^2 R_{\varphi}^2 + \left(\Delta\lambda - \Delta\lambda_{cor}\right)^2 \left(R_{\lambda}\cos\varphi\right)^2, (16)}$$

где  $\Delta \varphi_{cor} = \Delta \varphi_{\mathcal{I}} + \delta \Delta \hat{\varphi}, \ \Delta \lambda_{cor} = \Delta \lambda_{\mathcal{I}} + \delta \Delta \hat{\lambda}; \ \delta \Delta \hat{\varphi}, \delta \Delta \hat{\lambda} -$ оценки величин  $\delta \Delta \varphi, \ \delta \Delta \lambda$ , полученные по результатам моделирования оценочного канала фильтра.

Как следует из графика радиальной погрешности, приведённого на рис. 5, результат решения задачи оценивания приливных течений с помощью ОФК по измерению (3) существенно точнее решения этой же задачи в упрощённой линейной постановке. Здесь следует отметить, что точность оценивания сильно зависит от действительных параметров течения. Результат, представленный синим графиком на рис. 5, был получен для погрешностей выбора точки линеаризации, соответствующих начальным



Рис. 5. Радиальная погрешность местоположения по результатам моделирования оценочного канала ОФК в условиях приливных течений для двух различных начальных значениях точки линеаризации

погрешностям вектора состояния в предыдущей рассмотренной линейной задаче (рис. 4):  $\Delta v_{N_T} = -0.3 \text{ м/c}$ ;  $\Delta v_{E_T} = 0.3 \text{ м/c}$ ;  $\Delta \varepsilon = 20^\circ$ . Зелёный график показывает погрешность оценивания для следующих значений начальных ошибок точки линеаризации:  $\Delta v_{N_T} = -0.3 \text{ м/c}$ ;  $\Delta \varepsilon = -20^\circ$ . Качество оценивания вектора (14) с помощью ОФК может быть обеспечено только при точной начальной настройке фильтра исходя из априорных справочных данных.

Рассмотрим решение задачи с использованием другого нелинейного алгоритма, основанный на процедуре частичного аналитического интегрирования. Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что ее нелинейность порождена нелинейностью уравнений относительно только одной компоненты – неизвестной начальной фазы є. При ее фиксации задача становится линейной. В этом случае при синтезе оптимального алгоритма фильтрации эффективным оказывается использование процедур частичного аналитического интегрирования с последующим применением метода сеток или метода Монте-Карло [20, 21], также используемого при решении задач коррекции [28, 29]. Заметим, что эта задача может трактоваться как задача адаптивного оценивания относительно неизвестной фазы и в этом смысле подпадает под задачи, обсуждаемые, например, в работах [30, 31]. Идея построения фильтра состоит в том, что при фиксировании неизвестного параметра є задача оценивания (5) по измерению (3) становится линейной. Задавшись набором гипотез для этого параметра, можно построить банк ФК, результатом решения которых будет набор частных оценок погрешностей координат и составляющих скоростей течения. В то же время невязки банка ФК позволяют сформировать аппроксимацию функции правдоподобия для нелинейного параметра є. С ее использованием можно получить оптимальную байесовскую оценку как самого є, так и остальных составляющих вектора состояния (7).

В работе было проведено моделирование решения задачи с использованием алгоритмов фильтрации на основе частичного аналитического интегрирования. Результаты в виде радиальной погрешности местоположения, рассчитанной по формулам (8), (9), представлены на рис. 6.

Из рис. 6 следует, что точность оценивания погрешностей счислимых координат при использовании такого нелинейного алгоритма существенно превышает точность при использовании ФК (см. рис. 4) и сопоставима с точностью решения этой же задачи с использованием ОФК. Таким образом, для решения рассматриваемой задачи с приемлемой точностью



Рис. 6. Радиальная погрешность местоположения по результатам моделирования оценочного канала в фильтре с использованием нелинейного алгоритма на основе процедур частичного аналитического интегрирования в условиях приливных течений (синий цвет – действительная погрешность по результатам моделирования оценочного канала; зеленый – среднеквадратическая погрешность по результатам моделирования ковариационного канала)

существует необходимость прибегать к нелинейной постановке и соответствующим нелинейным алгоритмам.

# Заключение

Рассмотрена задача автономной коррекции погрешностей навигационного счисления по относительному лагу с опорой на данные одногироскопного инерциального гироскопического корректора, построенного по принципу одноканальной инерциальной вертикали. Основная погрешность счисления вызвана методической погрешностью лага, состоящей в его нечувствительности к изменчивости морских течений. В статье приводятся две модели течения: общая марковская, в которой скорость течения описывается случайным марковским процессом, и упрощённая приливная модель течений, в которой все параметры скорости течения являются случайными константами. Проведённое моделирование задачи коррекции счисления показало, что в случае с марковской моделью оптимальные оценки параметров течения могут быть получены с помощью фильтра Калмана при линейной постановке задачи оценивания. Потенциальная точность коррекции составила в этом случае 3,5 км по радиальной погрешности местоположения.

При использовании модели приливного течения погрешность коррекции существенно уменьшилась и составила не более 100 м в установившемся режиме фильтра. Для получения такого результата появилась необходимость прибегать к нелинейным методам фильтрации, среди которых были рассмотрены обобщённый фильтр Калмана и методы, основанные на применении процедур частичного аналитического интегрирования. Наиболее надёжными с точки зрения точности полученных оценок являются последние, так как результат работы обобщённого фильтра существенно зависит от погрешности априорной информации о скорости течения, используемой для выбора точки линеаризации.

Полученные результаты показывают принципиальную возможность применения рассматриваемого одногироскопного корректора при решении навигационной задачи вблизи прибрежной зоны, где преобладают приливные течения. Как пример можно рассмотреть задачу навигации необитаемых подводных аппаратов, интервал автономной работы которых составляет до 6 ч. Однако из-за специфики метода ОВКМ, лежащего в основе принципа построения такого корректора, подобные системы пока не нашли своего применения наряду с известными на сегодня и зарекомендовавшими себя ИНС.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Биндер Я.И. О построении горизонтного трёхгранника в гироскопических системах ориентации, предназначенных для поддержки навигационного счисления. Ч. 1. Принцип гироскопического ориентирования с корректируемым маятником. Схема реализации на свободном гироскопия и навигация. 2014. № 4 (87). С. 69–84.

2. Биндер Я.И., Литманович Ю.А., Падерина Т.В. Развитие методов решения задач навигации на базе инерциального подхода // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: Сб. материалов (Санкт-Петербург, 28–30 мая 2018 г.) / Государственный научный центр РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». СПб, 2018. С. 237–248

3. Биндер Я.И. Счисление пути с использованием гироазимутгоризонта на одном свободном гироскопе с экваториальной ориентацией // Гироскопия и навигация. 2016. № 3 (94). С. 38–54

4. Попов С.К. Влияние морского льда на приливные колебания уровня моря и скорости течений в Баренцевом и Белом морях // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2018. № 4. С. 137–155.

5. Зимин А.В. Закономерности субмезомасштабных процессов и явлений в Белом море // Уч. зап. Российского государственного гидрометеорологического университета. 2016. Вып. 44. С. 104–119.

6. Лоция Белого моря: Гидрометеорологический очерк. - URL: rivermaps.ru/doc/beloe/beloe-3.htm (дата обращения: 20.06.2020).

7. Дмитриев С.П., Зиненко В.М., Литвиненко Ю.А. Анализ коррекции и демпфирования инерциальной навигационной системы средней точности с использованием относительного лага / Гироскопия и навигация. 2012. № 2 (77). С. 28-33.

8. Lerner G.M. Three-axis attitude determination from vector observations // Spacecraft Attitude Determination and Control. 1978. P. 420-428. 9. Binder Y., Litmanovich Y., Paderina T. An alternative approach to eliminate the motion induced disturbances in dead-reckoning navigation // DGON

Inertial Sensors and Systems (ISS): Proceedings. Karlsruhe, Germany, 2016. P. 20.

10. Емельянцев Г. И., Степанов А. П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.

11. Kalman R.E., Bucy R.S. New results in linear filtering and prediction theory // J. Basic Eng. 1961. Vol. 83. No. 1. P. 95-108.

12. Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации. СПб: Университет ИТМО, 2017. 196 с. 13. Binder Y., Litmanovich Y., Paderina T. An alternative method for compensation of the motion induced disturbances of the vertical. Application for

the navigation problems // Proceedings of the ION Pacific PNT Conference. Hawaii, Honolulu 2017. P. 745-756.

14. Мореходные таблицы (МТ-2000). М.: Главное управление навигации и океанографии министерства обороны РФ, 2002. 575 с.

15. iXblue. Inertial Navigation for Naval Forces. Overview. - URL: https://www.ixblue.com/products/range/inertial-navigation-naval-forces (дата обращения: 29.01.2021)

16. Биндер Я.И., Падерина Т.В., Литманович Ю.А. Методические погрешности схем навигационного счисления на одном свободном гироскопе // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27, № 3. С. 53-70.

17. Дианский Н.А., Фомин В.В., Грузинов В.М. Оценка влияния подходного канала к порту Сабетта на изменение гидрологических условий Обской губы с помощью численного моделирования // Арктика: экология и экономика. 2015. № 3 (19). С. 18–29.

18. Прилив и отлив. - URL: https://ru.m.wikipedia.org/wiki/Прилив и отлив (дата обращения: 07.07.2020)

19. Математическое моделирование влияния судоходного морского канала в северной части Обской губы на гидродинамический и термохалинный режим Обской губы: научно-технический отчёт (сокращённый вариант). М., 2015 г. 30 с. – URL: https://wwf.ru/upload/iblock/ b74/2015 12 16 short rep.pdf (дата обращения: 07.07.2020)

20. Степанов О. А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 370 с.

21. Степанов О. А., Моторин А. В. Методы адаптивного оценивания в задачах обработки навигационной информации // Материалы XIII всерос. совещ. по проблемам управления. М., 2019. С. 1359-1366.

22. Цодокова В. В., Моторин А. В. Расчет характеристики точности в задаче оценивания параметров преобразования координат звезд // Изв. Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. Т. 6. С. 129–141.

23. Рульков Д.И. Навигация и лоция. М.: Транспорт, 1973. 232 с.

24. Sarkka S. Bayesian Filtering and Smoothing. Cambridge University Press, 2013.

25. Lainiotis D.G. Partitioning: A unifying framework for adaptive systems. I: Estimation. II: Control // IEEE Trans. 1976. Vol. 64, No. 8. P. 1126–1140

26. Hendeby G., Karlsson R., Gustafsson F. The Rao-Blackwellized particle filter: A filter bank implementation // EURASIP J. Adv. Signal Process. 2010. Vol. 2010.

27. Al Bitar N., Gavrilov A.I. Comparative Analysis of Fusion Algorithms in a Loosely-Coupled Integrated Navigation System on the Basis of Real Data Processing // Gyroscopy Navig. 2019. Vol. 10. P. 231-244.

28. Степанов О. А., Носов А. С. Алгоритм коррекции навигационной системы по данным карты и измерителя, не требующий предварительного оценивания значений поля вдоль пройденной траектории // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 70–90.

29. Степанов О.А., Торопов А.Б. Применение последовательных методов Монте-Карло с использованием процедур аналитического интегрирования при обработке навигационной информации // Сборник XII всероссийского совещания по проблемам управления. М., 2014. С. 3324–3337. 30. Motorin A.V., Stepanov O.A. Designing an error model for navigation sensors using the Bayesian approach // 2015 IEEE International Conference

on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI). San Diego, CA, 2015. P. 54-58.

31. Степанов О.А., Моторин А.В. Адаптивные задачи оценивания и методы их решения при обработке навигационной информации // Навигация и управление движением: сборник тезисов докладов Международного семинара (Самара, 28 сентября – 2 октября 2020 г.) / Под общ. ред. д-ра тех. наук И.В. Белоконова; Самарский университет. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2020. С. 14–17.

#### Об авторах

СОКОЛОВ Аркадий Юрьевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»

Адрес: 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая посадская, д. 30 Область научных интересов: навигация, инерциальные

навигационные системы, гироскопия

Тел.: +7(911)100-33-16

E-mail: sau 89@bk.ru

ORCID ID: 0000-0002-2073-6096 (https://orcid.org/0000-0002-2073-6096)

МОТОРИН Андрей Владимирович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»

Адрес: 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая посадская, д. 30 доцент

Университет ИТМО

Адрес: Санкт-Петербург, Кронверкский просп., 49

Область научных интересов: комплексная обработка информации, идентификация, нелинейная фильтрация

Тел. +7(911)837-26-26 E-mail: motorin.a@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-2093-5079 (https://orcid.org/0000-0002-2093-5079)

#### Для цитирования:

Соколов А.Ю., Моторин А.В. МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ АВТОНОМНОГО НАВИГАЦИОННОГО СЧИС-ЛЕНИЯ // Подводные исследования и робототехника. 2021. No. 1(35). P. 41-50. DOI: 10.37102/1992-4429\_2021\_35\_01\_04